

SEGUNDA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- DURACION: 60 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS

**Problema 1**

Dado el siguiente sistema  $Ax=b$ , donde:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Verifique la convergencia para el método iterativo de Gauss-Seidel.
- Realice 3 iteraciones para encontrar la solución, considere  $x_0=[0 \ 0 \ 0]^T$ , indique los resultados parciales.
- Estime el error cometido y comente sus resultados.

**Solución**

$$T = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0.25 & -0.5 \\ 0 & -1/8 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 1/8 \\ 3/16 \end{bmatrix}$$

$r(T)=0.5 < 1 \rightarrow$  Si converge

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 1/8 \\ 3/16 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 3/16 \\ 1/16 \\ 7/32 \end{bmatrix}$$

## Problema 2

Dada la siguiente matriz:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -40 & -36 & -10.5 \end{bmatrix}$

- Obtenga los valores y vectores propios en forma exacta
- Diagonalice la matriz, si es posible.
- Aproxime el valor propio inferior y su correspondiente vector propio, usando el método de la potencia inversa a partir de  $x^{(0)} = [1 \ 0 \ 0]^T$ . Realice 5 iteraciones.
- Estime el error cometido para el valor propio y comente sus resultados.

## Solución

a)

$$P(\lambda) = \det(A - \lambda I)$$

$$\varepsilon(A) = \{-2.5, -4, -4\}$$

$$\lambda = -2.5$$

$$x = a \begin{pmatrix} 4/25 \\ -2/5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = -4$$

$$x = c \begin{pmatrix} 1/16 \\ -1/4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$m.a.(\lambda = -4) = 2$$

$$m.g.(\lambda = -4) = 1$$

No es posible diagonalizar la matriz A.

c)

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} -0.9 & -0.2625 & -0.025 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = Bx_0 = \begin{bmatrix} -0.9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad u_1 = 1 \quad x_1 = \frac{y_1}{u_1} = \begin{bmatrix} -0.9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = \frac{1}{u_1} = 1$$

$$y_2 = Bx_1 = \begin{bmatrix} 0.5475 \\ -0.90 \\ 1 \end{bmatrix} \quad u_2 = 1 \quad x_2 = \frac{y_2}{u_2} = \begin{bmatrix} 0.5475 \\ -0.90 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = \frac{1}{u_2} = 1$$

$$y_3 = Bx_2 = \begin{bmatrix} -0.2815 \\ 0.5475 \\ -0.90 \end{bmatrix} \quad u_3 = -0.90 \quad x_3 = \frac{y_3}{u_3} = \begin{bmatrix} 0.3128 \\ -0.6083 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \lambda_3 = \frac{1}{u_3} = -1.1111$$

$$y_4 = Bx_3 = \begin{bmatrix} -0.1468 \\ 0.3128 \\ -0.6083 \end{bmatrix} \quad u_4 = -0.6083 \quad x_4 = \frac{y_4}{u_4} = \begin{bmatrix} 0.2413 \\ -0.5146 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \lambda_4 = \frac{1}{u_4} = -1.6438$$

$$y_5 = Bx_4 = \begin{bmatrix} -0.1072 \\ 0.2413 \\ -0.5142 \end{bmatrix} \quad u_5 = -0.5142 \quad x_5 = \frac{y_5}{u_5} = \begin{bmatrix} 0.2086 \\ -0.4694 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \lambda_5 = \frac{1}{u_5} = -1.9449$$

$$\text{error} = |\bar{\lambda} - \lambda_5| = |-2.5 - (-1.9449)| = 0.5551$$

**Los profesores**